

一种基于单层包络控制的三角形网格简化算法

申煜湘¹, 邹北骥^{1,2}, 孙家广², 朱 理¹

(1. 湖南大学计算机与通信学院, 湖南长沙 410082; 2. 清华大学计算机科学与技术系, 北京 100084)

摘要: 三维物体的几何造型中, 物体通常用三角形网格来描述. 对于复杂物体的三角形网格模型, 如人脸及人的各种器官的三维几何模型、各种动物的三维几何模型, 其庞大的数据量给存储、传输以及渲染等方面带来了很大的困难, 因而三角形网格模型的简化成为了当前国内外计算机图形学领域中的一大研究热点. 本文在研究总结已有算法的基础上, 提出了一种采用单层包络控制的三角形网格简化算法. 该算法对 Cohen 提出的包络构造方法进行了改进, 采用一维搜索中的二分法来逼近最佳偏移值, 并且采用内层单包络来控制简化误差, 从而有效地改善了算法的性能. 实验结果表明, 采用本算法简化的三角形网格模型, 不仅可大大地减少三角形面片数, 而且有一个较低的算法时间复杂度.

关键词: 三角形网格模型; 包络; 简化

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2002) 12A-2004-04

A Triangle Mesh Simplification Algorithm Based on Solo-Envelope Controlled

SHEN Yu-xiang¹, ZOU Bei-ji^{1,2}, SUN Jia-guang², ZHU Li¹

(1. College of Computer and Communication, Hunan University, Changsha, Hunan 410082, China;

2. Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: In 3D geometric modeling, objects are often represented by the triangle meshes. As to the triangle mesh model of a complex object, e. g. a human face model, a human's organ model or an animal's model, its huge data will result in great difficulties to store, to transfer and to render. So how to simplify a triangle mesh model has become a hot topic in the research field of computer graphics world-widely. After having studied and summarized the presented simplification algorithms of the triangle mesh model at moment, we put forward a new simplification algorithm based on solo-envelope controlled in this paper. The conformation method of envelope presented by Cohen is improved in this algorithm. And it uses dichotomy to hang over the optimum offset value of the envelope and controls the simplification error by solo-envelope. The experimental results show that the triangle number in a mesh model is greatly reduced and the time of running its program will become shorter when using this algorithm, so it is of higher efficiency.

Key words: triangle mesh model; envelope; simplification

1 引言

在计算机图形学、计算机视觉、虚拟现实等研究领域的几何造型中, 三维物体的表示是一个重要的问题. 虽然人们研究了表示三维物体的各种模型, 如人脸表情动画中的人脸模型^[1,2], 但最常用的是用三角形网格模型来描述. 随着对模型精细程度要求的不断提高, 当采用三角形网格模型来描述复杂物体时, 需要成千上万、甚至几十、几百万个三角形面片才能刻画出其细节, 从而导致了庞大的数据量, 给物体几何模型的存储、分析、显示、网络传输以及渲染等带来了很大困难. 因此, 三角形网格模型的简化问题近年来受到了国内外众多学者的广泛关注, 从九十年代中期到现在, 已经提出了很多关于三角形网格模型简化的算法^[3-9,11,12].

国外, J Rossignac 提出了一种基于顶点聚类的网格简化方法, 将原始模型的长方体包围盒划分成许多小格子, 同一格子中的所有顶点合并成一个点^[1]; Schroeder 采用基于顶点删除的网格删减方法, 选取模型上的一个顶点进行删除, 再将产生的空洞重新三角化^[4]; Hoppe H 在原有算法的基础上提出了基于边折叠方法的累进网格的生成方法, 采用边收缩操作, 把一条边的两个端点合并成一个点^[5]; M Eck 则引入了小波理论, 用小波表示来重构原始模型^[6]. 国内在这方面也开展了一些卓有成效的研究工作^[7-10].

通常, 对几何模型中点、线、面所进行的删除、收缩、合并等操作统称为几何图元操作. 当对三维几何模型实施这些操作时, 模型将发生形变, 因此需要控制这些操作所引入的误差, 此外, 误差控制还可用来判断几何图元操作的可行性.

Michael Garland 和 Paul S. Heckbert 提出了利用二次误差矩阵的控制方法^[9],对每个可能进行操作的几何图元均设置一个二次误差矩阵,计算每次操作的代价,然后选择执行其中代价最小的操作.Cohen 则提出将原始模型的表面进行偏移,构造内外两层包络,规定模型的简化操作必须在这两层包络所围成的三维空间中进行,以此来控制模型简化操作产生的误差^[12].二次误差矩阵是一种局部控制误差的方法,内外包络则从全局角度来控制误差,较之前者更为直观.

本文在研究总结了现有算法的基础上,对 Cohen 提出的包络控制简化算法进行了改进,将三角形收缩操作和包络控制误差相结合,提出并实现了一种基于单层包络控制的三角形网格简化算法,实验结果表明该算法是有效的.

2 算法描述

首先介绍本文涉及的几个概念.

所谓三角形网格(Triangle Mesh),是指三维形体表面经三角剖分后得到的所有三角形的集合,记为 TM ,它包括顶点集合 $V(v_1, v_2, \dots, v_n)$ 和三角形集合 $T(T_1, T_2, \dots, T_m)$. 在本文中,分别用 TM_0 和 TM_a 来表示原始三角形网格模型和简化后的三角形网格模型,用 TV_i 表示所有与顶点 v_i 相连接的三角形集合, TT_i 则表示所有与三角形 T_i 相邻的三角形集合.

三角形网格模型的简化就是在保证原始模型 TM_0 的拓扑结构基本不变的前提下,用较简单的近似模型 TM_a 代替 TM_0 .

在 TM 中,顶点 v_i 的法矢量 n_i 定义为 TV_i 中所有三角形面片法矢量的加权平均值,且以三角形的面积作为权因子^[8]. 设 TV_i 中有 j 个三角形,其法矢量依次为 n_1, n_2, \dots, n_j , 面积依次为 S_1, S_2, \dots, S_j , 则顶点 v_i 的法矢量为:

$$n_i = \frac{\sum_{m=1}^j S_m n_m}{\sum_{m=1}^j S_m}$$

2.1 基于包络控制的三角形网格模型简化算法

基于包络控制的三角形网格模型简化算法思想是在原始模型 TM_0 的表面构造两个近似等距面来限制模型的简化误差,使每一次简化操作都在这两层等距面之间进行,从而保证 TM_a 与 TM_0 的逼近度. 这两层近似等距面形成内外两层包络,将原始模型 TM_0 的表面包围在其中. 将 TM_0 上的每一点 v_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 沿各自法矢量 n_i 的正负方向偏移一定的距离,就能构造出原始模型表面的两个等距面,从而形成内外包络. Cohen 就是根据这种思想进行模型的简化.

Cohen 在文献^[12]中指出,如果直接偏移可能导致包络和原始模型交叉,甚至可能出现包络自交的现象. 图 1 显示了二维情况下的自交现象,三维的情况可以类推. 包络与模型交叉会影响模型简化的效果,自交的包络则会导致模型简化时拓扑结构的破坏,因此必须避免这些现象的产生.

2.2 包络的构造

Cohen 提出了两种构造包络的方法^[12],一种是解析法,一种是数值计算法.

解析法先将三角形 T_i ($i = 1, 2, \dots, m$) 的三个顶点沿各自

法矢量的正负方向分别偏移 2ϵ , 形成一个三棱台. 然后判断 TM_0 中其他三角形(相邻三角形除外)是否与该三棱台相交,如果相交,则计算这些三角形面片上距离 T_i 最近的点 p , 将 p 到 T_i 的距离作为 T_i 的偏移值 ϵ_i . 最后取所有三角形偏移值中的最小值作为最终的偏移值,应用到 TM_0 上的每一个三角形. 可见,解析法是一种保守的方法,能求出一个满足不自交要求的偏移值,但无法保证这个偏移值是使包络不自交的最大有效偏移值.

数值计算法则规定 TM_0 上的每一点至少要偏移 K 次,每偏移一个步长后,检验偏移导致变形的三角形是否和 TM_0 上其他不相邻的三角形相交,如果不相交,则再进行偏移,直至该点已经偏移了 K 次或总的偏移量已经达到了最大允许值;如果相交且偏移次数没有达到 K 次,则将步长缩小一半再重新进行偏移. 数值计算法对每个顶点都很公平,计算得到的包络效果好,具有一定的健壮性.

由此可以看出, Cohen 的数值计算包络构造法是依次将 TM_0 上的每一点 v_i 沿着其法矢量 n_i 的方向 n_i^+ 及其反方向 n_i^- 分别偏移 ϵ_i , 使得 v_i 偏移成 v_i^+ 和 v_i^- . 从全局的角度看,这种偏移相当于收缩或扩张 TM_0 , 生成了外包络 E^+ 和内包络 E^- , TM_0 位于 E^+ 和 E^- 包围的空间中. 为了避免包络与模型的交叉以及包络的自交,每个顶点的实际偏移值并不一定是相同的,允许的偏移距离最小可为 0, 最大可为 ϵ_0 , 而在区间 $[0, \epsilon_0]$ 中必定存在一个临界值,如果偏移的距离小于这个临界值,则生成的包络不会与 TM_0 相交或包络自交;如果偏移的距离大于这个临界值,则生成的包络则会产生相交或自交现象,此时必须减小偏移再进行尝试. Cohen 采用小步长的多次偏移、逐步扩大偏移值的方法来寻找合适的偏移值,这种方法有个缺点:如果偏移次数不到 K 次就已经产生了相交或自交现象,则要将步长缩小一半后重新开始搜索,这样求得的偏移值并不一定逼近最大有效偏移值.

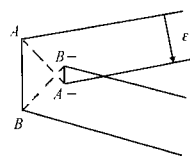


图 1 自交现象示意图

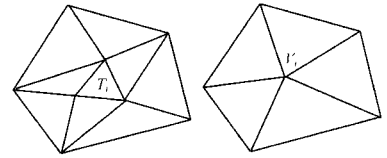


图 2 三角形收缩成一点,相连的三角形也随之变化

为此,本文算法对其进行了改进,采用最优化理论中解决一维搜索问题的二分法来搜索,二分法不但具有线性收敛速度,能更快求得最终有效偏移值,并且求得的偏移值逼近最大有效偏移值. 首先设置初始偏移 $\epsilon_i = \epsilon_0$ (由于一个有效的偏移值直接与模型的大小有关,因此 ϵ_0 通常取 TM_0 长方体包围盒对角线长度的一个百分比^[10], 默认为 1%), 如果那些发生了形变的三角形与 E^+ 、 E^- 、 TM_0 均不相交,则接受这次偏移,结束这一点的偏移尝试,否则将偏移值缩小一半,取 $\epsilon_i = \epsilon_i/2$, 再进行偏移尝试. 如果再次的偏移尝试可以接受,则将偏移值增大一半 $\epsilon_i = \epsilon_i + \epsilon_i/2$, 否则减小一半 $\epsilon_i = \epsilon_i - \epsilon_i/2$. 无论偏移值是增大还是缩小,搜索区间都将缩小一半,循环上述步

骤,直至搜索区间足够小,则认为此时的偏移值就是逼近临界值的极限值.

2.3 模型简化

包络构造好之后,就可以对三角形网格模型进行简化操作.本文采用三角形收缩操作来简化模型,图2是三角形收缩的示意图.将三角形面片 T_i 的三个顶点合并成一个新点 V_j ,同时,与 T_i 三个顶点相连的那些线段也都相应地连到 V_j 上,从而导致与 T_i 相邻的那些三角形(即 TT_i)发生变化,其中一部分三角形退化成线段,另一部分则只是发生变形.这样一次收缩操作后,三维点的数目将减少两个,三角形则一次性减少四个,如图2中,三角形就由九个减少到了五个.

每次收缩操作后都需要更新相关的信息,包括新点 V_j 的坐标,以及与 V_j 相邻的三角形集合.同时, TT_i 中的那些三角形面片,一部分退化消失,另一部分发生变形,这些变化也应进行标志,以确保不会对那些退化消失了的三角形面片进行收缩操作.

新点 V_j 的坐标位置可以有多种选择,本文直接采用了三角形 T_i 的重心.这种方法简单快速,但需指出的是,重心点不一定是最优值.

为了保证 TM_a 与 TM_0 的相似度,这种收缩操作并不是无限制地进行下去,而是受包络的控制.对每次三角形收缩操作都要对其可行性进行判断,如果这次收缩所产生的那些新的相邻三角形面片存在包络之间,则接受,否则说明这个三角形不能进行收缩,应恢复到收缩前的状态.

2.4 单层包络控制

Cohen 采用内外两层包络来控制简化误差,实际上,一个三角形网格模型,凸面是多数,凹面极少,如果不考虑简化后的模型与原始模型大小尺寸上的误差——这在某些场合下是允许的,则完全可以将原始模型的表面看作一层包络,只需构造另一层包络就可形成内外两层包络.这样,一方面节省了一层包络的构造时间,另一方面,由于内外包络的距离减小一半,从而可以提高了模型的简化率.

3 实验结果及分析

本文算法在 IBM2259-B6C(P4 1.5G/512M)上用 VC++ 6.0 编程实现,采用 OpenGL 图形标准进行绘制.

在点的偏移操作等其他相关算法的实现方法相同的条件下,分别用 Cohen 的数值计算法和本文采用二分法构造包络的内外两层包络以及单层包络误差控制的简化算法在同样的实验环境中实现了一些典型三角形网格模型的简化,实验结果数据列于表1和表2,实验结果模型简化效果图如图3所示.

其中,表1是Cohen的数值计算法、采用二分法构造内外两层包络以及构造单层内包络三种算法包络构造时间的比较,表2示本文算法中分别采用内外两层包络以及内层单包络进行模型简化的简化数据比较.从表1中的数据可以看出,本文算法包络构造所需的时间缩短了很多,特别是单层内包络,构造速度几乎提高了4-15倍,从表2中的数据则可以看出,采用单层包络控制的简化效率也大为提高.

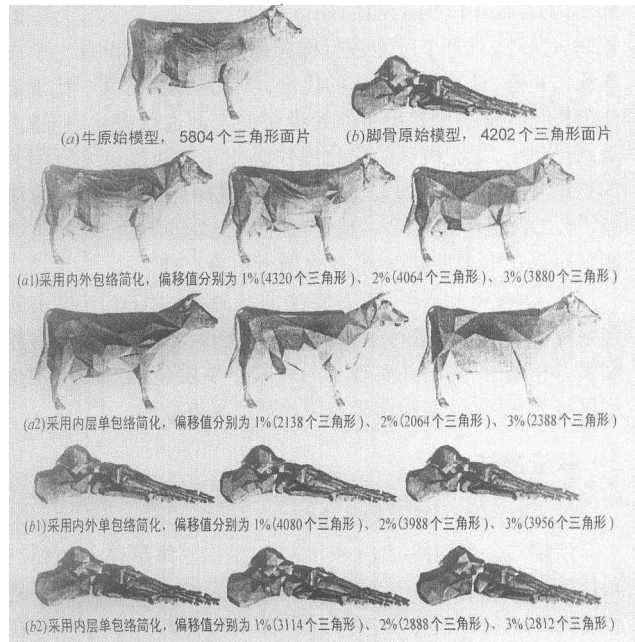


图3 采用内外包络及单层内包络简化效果比较

表1 包络构造时间比较

原始模型 及面片数	包络的 偏移大小	包络构造时间(s)		
		Cohen的 数值计算法	本文算法	
			内外包络	内单层包络
牛 5804	1%	127.5	73.2	23.63
	2%	336	88.5	21.2
	3%	337	101.7	18.86
脚骨 4204	1%	131.1	39.8	10.5
	2%	161.3	48.5	9.9
	3%	163	56.3	9

表2 本文算法中采用内外两层包络及单层内包络简化数据比较

原始模型 及面片数	包络的 偏移大小	内外包络			内单层包络		
		模型简化 后面片数	简化率 (%)	简化 时间(s)	模型简化 后面片数	简化率 (%)	简化 时间(s)
		牛 5804	1%	4320	25.5686	52	2138
2%	4064		29.9793	52	2064	64.4383	37.87
3%	3880		33.1496	46	2388	58.856	34.2
脚骨 4204	1%	4080	2.94957	12.7	3114	25.9277	19
	2%	3988	5.13796	15.7	2888	31.3035	21.2
	3%	3956	5.89914	14.7	2812	33.1113	20.3

本文算法在构造包络时,两层包络对应点之间的距离不是固定的值,最大可达 $2\epsilon_0$ (内外包络)或 ϵ_0 (内层单包络),最小可为0,这样的包络使得 TM_0 的不同部分可以有不同的简化精度,从而能很好地保留 TM_0 外形上的一些尖锐特征.从图中牛模型的简化效果可以看出,简化主要集中在较平坦的牛身部分,而牛的头、尾部以及四条腿的简化率不高,比较脚骨模型,由于脚骨模型面片的曲率变化较大,尖锐特征较多,因此比牛模型的简化效率要低.此外,确定初始偏移量时,百分数取得越小,包络就越接近于原始模型,其外形与原始模型越相似.总的来说,采用本文算法进行三角形网格模型简化,在获得很高的简化效率时,仍能保证模型较好的相似性.

因此算法是有效的。

参考文献:

- [1] 詹永照,等.脸部动画中的肌肉和皮肤动态模型[J].电子学报,2000,28(2):124-126.
- [2] 邹北骥,等.基于面分块的人脸造型技术研究[J].电子学报,2001,29(11):1533-1535.
- [3] Rossignac J, Borrel P. Multi-resolution 3D approximations for rendering complex scenes[J]. Geometric Modeling in Computer Graphics, New York:Springer Verlag,1993:455-465.
- [4] Schroeder W J, Zarge J A, et al. Decimation of triangle meshes[J]. Computer Graphics,1992,26(2):65-70.
- [5] Hoppe H. Progressive meshes[J]. Computer Graphics,1996,30(1):99-108.
- [6] Eck M, DeRose T, et al. Multiresolution analysis of arbitrary meshes[J]. Computer Graphics,1995,29(2):173-182.
- [7] 刘新国,鲍虎军,王平安,彭群生.体积保持的多分辨率多边形网格的光顺造型[J].计算机学报,2000,23(9):905-910.
- [8] 马小虎,潘志庚,石教英.基于三角形移去准则的多面体模型简化方法[J].计算机学报,1998,21(6):492-498.
- [9] 周昆,潘志庚,石教英.基于三角形折叠的网格简化算法[J].计算机学报,1998,21(6):506-513.
- [10] 朱心雄,等.自由曲线曲面造型技术[M].北京:科学出版社,2000.228-229.
- [11] Garland M, Heckbert P S. Surface simplification using quadric error metrics[J]. Computer Graphics,1997,31(3):209-216.

- [12] Cohen J, Varshney A, Manocha D, et al. Simplification envelopes[J]. Computer Graphics,1996,30(2):119-128.

作者简介:



申煜湘 女,1976年生,湖南长沙人,硕士生,研究方向为计算机图形学与图像处理.



邹北骥 男,1961年生,江西南昌人,博士,湖南大学教授,清华大学计算机科学与技术系博士后,研究方向为计算机图形学与图像处理. E-mail:bjzou@vip.163.com.

孙家广 男,1946年生于江苏镇江,中国工程院院士,清华大学教授,主要研究领域:计算机图形学,CAD技术,软件工程等.

朱理 女,1957年生,硕士,湖南大学副教授,研究方向为计算机图形学与图像处理.